

Prüfungsprotokoll:

# Wahrscheinlichkeitstheorie I / II

(Einführung in die W'theorie und Stochastische Prozesse)

bei Prof. Dr. Andreas Eberle

Zu Beginn wurde ich gefragt, ob ich mit einem bestimmten Thema anfangen wolle. Auf meine Antwort, dass ich gerne mit dem ersten Semester beginnen würde, hat Prof. Eberle das Stichwort **Zentraler Grenzwertsatz** gegeben.

Diesen habe ich dann formuliert und bewiesen. Offen blieb jedoch der Punkt, warum **Konvergenz der charakteristischen Funktionen Konvergenz in Verteilung** bzw. **schwache Konvergenz impliziert**. Dies wollte Prof. Eberle dann auch hören.

Ich habe die Beweisschritte detailliert ausgeführt: *Straffheit* als Folge von Stetigkeit bei Null der Grenzwertfunktion, *relative Kompaktheit* als Folge vom *Satz von Helly-Bray* und schließlich *schwache Konvergenz* der gesamten Folge der Wahrscheinlichkeitsverteilungen als Folge der *relativen Kompaktheit* bzgl. schwacher Konvergenz.

Zwischendurch hat Prof. Eberle bei Unklarheiten nachgefragt, und auch nach einem **Beispiel für nicht schwach konvergente Wahrscheinlichkeitsverteilungen** gebeten, worauf ich die vage Konvergenz gegen das Nullmaß bei Normalverteilungen mit unbeschränkt wachsenden Varianzen nannte.

Dann sollte ich den **Supermartingalkonvergenzsatz** formulieren und beweisen. Am Beispiel des *Doob's Upcrossing Theorems* ließen sich dann kleinere Begriffe wie unter anderem die *Martingaltransformation* erläutern.

Danach fragte Prof. Eberle nach den **Martingalen der Brownschen Bewegung**. Dazu fielen mir nur die *Brownsche Bewegung* selber und  $B_t^2-t$  ein. Das *exponentielle Martingal* sollte ich über die Berechnung der bedingten Erwartungen von  $e^{(\lambda * B_t)}$  ermitteln. Heraus kommt, wie die Bewegung "skaliert" werden muss, damit sie wieder ein Martingal wird.

Generell lässt sich sagen, dass die *Prüfungsatmosphäre* sehr angenehm ist. Wenn man etwas nicht weiß (wie ich zu Ende der Prüfung), ist dies nicht schlimm.

Ich hatte den Eindruck, Prof. Eberle ist daran gelegen, nicht nur auswendig gelernte Inhalte abzuprüfen, sondern nimmt kurze Schwächephasen zum Anlass, zu sehen, wie man mit dem Stoff umgehen kann. Dabei bleibt er geduldig und gibt einem brauchbare Hinweise, bis man auf die Lösung kommt. Als Prüfer sehr zu empfehlen!

Viel Erfolg bei euren Prüfungen!